Ein SOL-Unterrichtsarrangement zum Thema: Mathematik im Berufskolleg (Zusatzunterricht zur Fachhochschulreife)

Name des Autors:	Thomas Leupold
Schule:	Staatsschule für Gartenbau; Stuttgart-Hohenheim
Schulart:	Berufskolleg (zweijährig)
Klassenstufe:	2BKAU1 (Fachhochschulreife-Zusatzunterricht)
Fach:	Mathematik

Arrangement durchgeführt in der Zeit von September 2001 bis Juli 2002 mit anfangs *32* Schüler/innen

Lehrplanbezug / Lehrplaneinheit: Erstes Schuljahr

Stundenverteilung Donnerstag 1. + 2. Stunde

Dieser Beitrag enthält:

- Unterrichtsplanung /-konzeption
- Zeitplan
- Advance Organizer
- Arbeitsaufträge
- Kompetenzanalyse
- Analyse der SOL-Vorerfahrungen
- Bericht über eigene Erfahrungen
- Evaluation von Unterricht

SOL-Unterricht in Mathematik

Im Zusatzunterricht zur Fachhochschulreife im Fach Mathematik der Berufskollegs nimmt die Analysis einen großen Raum ein. Die neuen Lehrpläne (wie im Übrigen auch diejenigen der gymnasialen Oberstufe) sehen vermehrt **exemplarisches Lernen** in Verbindung mit der Vermittlung von methodischer und sozialer Kompetenz vor. Wenn eines Tages auch die Prüfungsaufgaben aus diesem Holz geschnitzt sind, wird sich die konsequente Durchführung von Unterricht nach dem vorbeschriebenen SOL-Konzept und der hier vorgestellten Umsetzung im Mathematikunterricht sicherlich etablieren.

Zwei Schwerpunkte möchte ich im Folgenden konsequent verfolgen:

1. **Fachliches Grundverständnis** für mathematische Fragestellungen vermitteln – und
2. ein **methodisches und soziales Basisrepertoire** für Selbstlernprozesse erlangen.

Der Mathematikunterricht gilt nicht unbedingt als Paradebeispiel für **schülerzentrierte Unterrichtsformen**. Vielfach belegbar scheint auf Schüler- wie auch Lehrerseite, dass mathematische Inhalte nur lehrerzentriert vermittelbar sind. Aussagen, die jeder Mathematiklehrer immer wieder hört, ob im Klassenzimmer, im Lehrerzimmer oder beim abendlichen Gespräch im Freundeskreis: „Das hat uns der Lehrer nicht richtig erklärt", „Das habe ich nie richtig verstanden", „Wofür braucht man das eigentlich". Sie sind Ausdruck lehrerzentrierten Unterrichts, die davon zeugen, dass nie gelernt bzw. gelehrt wurde, den eigenen Lernprozess auch selbst in die Hand zu nehmen. Dass dies ein breites gesellschaftliches Problem ist, erleben wir dieser Tage weit über den Mathematikunterricht hinaus.

Wie kann nun die Verantwortung für den **eigenen Lernprozess** sinnvoll in Schülerhände – besser: Schülerköpfe – gegeben werden, die ja darin weder vorgebildet sind noch im Umfeld darauf vorbereitet werden? Wie kann ich meine Schüler betroffen machen?

Ein mir plausibler Weg hat sich mit der Unterrichtskonzeption nach dem **Sandwichprinzip** und dem **Gruppenpuzzleprinzip** eröffnet. Die Schüler sind nicht uninteressiert an Mathematik und sie sind auch bereit etwas (hart) zu erarbeiten. Schließlich sind sie über eine eigen erbrachte Leistung immer stolzer als über die Wiedergabe von Vorgefertigtem. Es ist mir also bewusst und das gebe ich auch an meine Schüler weiter: Unterricht dieser Form ist nicht leichter – aber vielleicht etwas zufriedenstellender. Aussagen nach einem Tempoduett folgender Art: „Ich konnte die Aufgabe gut bearbeiten, weil T. mich gut darauf vorbereitet hat" oder „S. hat mir den Inhalt einfach und verständlich erklärt" sind erfreulich und stärken das Selbstbewusstsein der Schüler.

Wenn im herkömmlichen Unterricht der Sekundarstufe II der Redeanteil von Schülern auf Sekunden innerhalb einer Schulstunde schmilzt, freut mich jede Sequenz im Unterricht, wo Schüler **fachbezogen** 5, 10 oder noch mehr Minuten **über ein mathematisches Problem reden**. Das ist ein Vielfaches dessen, was ich lehrerzentriert ermöglichen könnte. Und vor allem: Alle Schülerinnen und Schüler sind gezwungen ein mathematisches Problem zu erläutern, den Lösungsweg weiterzugeben, nicht nur ein paar wenige.

Dass die jeweilige Lehrerin bzw. der Lehrer nach wie vor die Verantwortung dafür trägt, dass diese Gespräche in der richtigen äußeren und auch inhaltlichen Form durchgeführt werden, macht vielen Anfängern dabei Kopfzerbrechen. „Wie kann ich dafür sorgen, dass beim Gruppenpuzzle **kein Unfug erzählt** wird“, „Was muss ich tun, damit die **Fachbegriffe richtig angewendet** werden, ich kann doch nicht überall in die Gruppen reinhorchen“ sind richtig gestellte kritische Fragen zu den neuen Unterrichtsformen.

Allerdings: Welche Gedanken – außer, dass ich natürlich nichts Falsches erzähle – mache ich mir im lehrerzentrierten Unterricht darüber? Da jede Schülerin, jeder Schüler **eigene Denkstrukturen** hat, kann mein Unterricht auch nur einem Teil der Schüler gerecht werden. Ich kann nicht eine Unterrichtsvorbereitung für alle 25 Schüler gleichermaßen anregend, interessant und verständlich anfertigen.

Dass ich Sorge trage dafür, dass bei einem Gruppenpuzzle der Inhalt auch fachlich richtig vermittelt wird, mögen Sie liebe Leserin, lieber Leser bitte bei den vorgestellten Beispielen verfolgen. Nicht alles lässt sich hier dokumentieren, doch möchte ich gerade auf diesen Punkt vorab deutlich hinweisen. Die anfänglichen Beispiele sind demzufolge alle so angelegt, dass gerade fachinhaltlich wenig zu erarbeiten ist. Die Vermittlung von **methodischer und sozialer Kompetenz** steht im Vordergrund. So vorbereitet kann dann auch später eine größere Fachkompetenz selbstständig erlangt werden.

Ein paar Worte zum **Mathematikunterricht am Berufskolleg** müssen noch voran gestellt werden. Der Zusatzunterricht zur Erlangung der Fachhochschulreife geht 2-stündig über 2 Jahre. Zusätzlich haben die Schüler noch Mathematikunterricht für alle – also auch die nicht Fachhochschulreifeschüler. Diese Konstellation macht es teilweise schwierig, Arbeitsformen, die in der einen Gruppe ganz gut funktionieren, auf die Gesamtgruppe zu übertragen. Das mag an einem 1BKFH anders sein – vielleicht gibt es dort andere Probleme? Es ist mir daher nicht möglich, hier eine Unterrichtsdokumentation wie aus einem Guss zu geben. Es muss immer wieder auf den Unterricht in Mathematik I verwiesen werden und das dort erarbeitete im Zusatzunterricht zur Fachhochreife eingebettet werden. Sehen Sie daher die einzelnen Kapitel miteinander verbunden – wie Puzzleteile eines Ganzen.

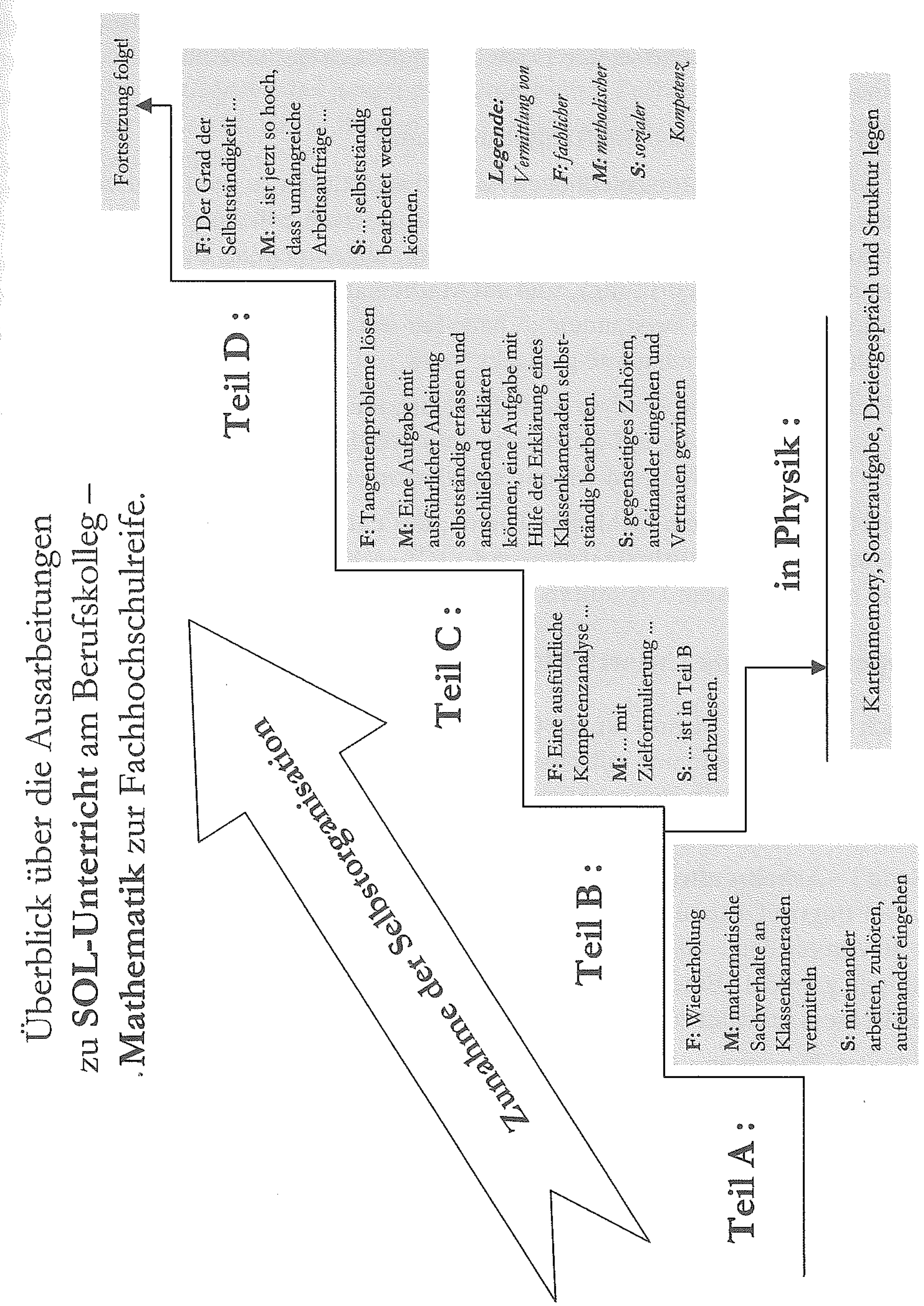
Alle Ausarbeitungen sind von mir erstellt und im Unterricht (teils mehrfach) erprobt. Sie dürfen – ja sollen – im Unterricht Anderer Verwendung finden. Falls Sie – liebe Leserin, lieber Leser – Gefallen an den Ausarbeitungen finden und diese in veränderter oder unveränderter Form übernehmen, würde ich mich über eine **Rückmeldung** Ihrerseits sehr freuen. SOL-Unterricht ist niemals starr – immer überdenkenswert.

SOL-Einheiten, die mithilfe des eingeführten Mathematikbuches durchgeführt wurden, habe ich nicht mit aufgenommen, da in der Zwischenzeit eine Neuauflage erschienen ist, die eine Überarbeitung meiner Unterrichtsvorlagen erfordert.

Für Kontaktaufnahme: *T.Leupold@t-online.de*

Überblick über die folgenden 4 Unterrichtsteile

Die nachfolgende Grafik soll Ihnen einen Überblick über die folgenden 4 Unterrichtsteile und deren **F: fachliche, M: methodische und S: soziale Zielsetzungen** geben:



Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme

Ein Gruppenpuzzle gleich zu Beginn? Ist das machbar – ist das sinnvoll?

Zu Beginn einer SOL-Einheit steht üblicherweise eine **Kompetenzanalyse**, sprich: sich über fachliche, methodische und soziale Fertigkeiten der Schüler einen Überblick zu verschaffen.

Wie würde bei neuen Schülern diese Analyse aussehen?

Die Schüler kommen von unterschiedlichen Ausbildungsstätten zu uns (Realschule, Berufsfachschule, Abbrecher vom Gymnasium), haben unterschiedliche schulische Werdegänge hinter sich (teilweise bereits Berufserfahrung, abgebrochene Berufsausbildung, frisch von der mittleren Reifeprüfung), sind auf Mathematik unterschiedlich gut zu sprechen („habe ich sowieso nie verstanden", „habe ich seit 6 Jahren nicht mehr gehabt", „Körperberechnungen habe ich gerne gemacht", usw.).

Das heißt: Fachlich würde die Analyse darauf hinauslaufen, dass von **Mathematikbegeisterung** und guten Kenntnissen, auf denen aufgebaut werden kann, bis hin zu Mathefrust alles im Raum vertreten ist. Methodisch und sozial würde die Analyse ähnlich aussehen.

Schritt 1 lautet also: Suche ein fachliches Thema, das entweder noch in Erinnerung ist oder leicht erinnerbar ist und arbeite daran – sofort(!) – schülerorientiert und auf das **Ziel** gerichtet, das in den nächsten 1 1/2 Jahren methodisch und sozial verfolgt wird.

Das Gruppenpuzzle als Unterrichtsprinzip!

Ich habe mich deshalb zu Beginn für ein **Gruppenpuzzle** zum Thema Lösungsverfahren bei linearen Gleichungssystemen entschieden. Dieses ist in einer Doppelstunde durchführbar (2-mal wurde es von mir praktiziert) und es ist erstaunlich, mit welchem Eifer und Konzentration dabei gearbeitet wird.

Ich teile Seite 1 – **Arbeitsauftrag** – aus und erläutere, was in den kommenden 80 Minuten zu tun ist. Der Begriff Gruppenpuzzle fällt zu diesem Zeitpunkt vielleicht gar nicht – den Schülern ist vorerst egal, wie diese Methode heißt. Mittels Spielkarten werden die Stammgruppen gebildet. Eine Gruppenbildung nach Wahl der Schüler oder durch Einteilung des Lehrers scheidet zu diesem Zeitpunkt aus.

Nachdem in den **Stammgruppen** die 3 Expertenthemen verteilt wurden treffen sich die Schüler mit dem gleichen Thema dann in den Expertengruppen.

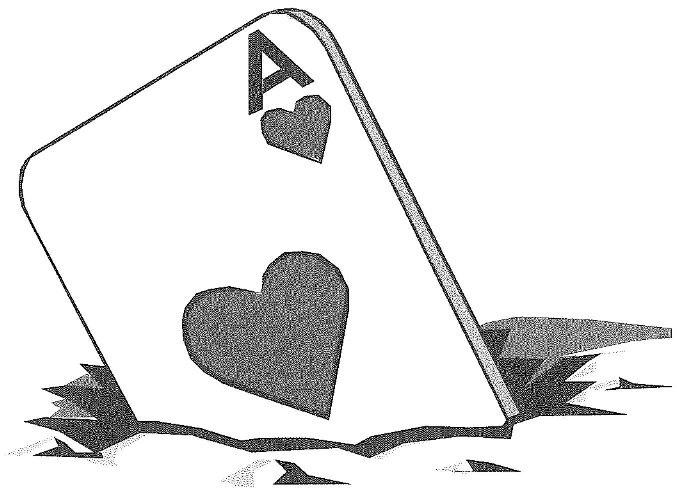
In diesen **Expertengruppen** wird nun während 30 Minuten eines der Verfahren erarbeitet. Allerdings – und so ist dieses Gruppenpuzzle angelegt – müssen sich die Schüler nicht wie evtl. erwartet in das Thema fachlich einarbeiten. Das wäre aufgrund der verschiedenen fachlichen Fähigkeiten nicht sinnvoll, sondern sie sollen sich damit auseinandersetzen, ein mathematisches Thema gemeinsam so durchzuarbeiten, dass nachher alle dieses ihren Stammgruppenmitgliedern erläutern können.

Dieses Gruppenpuzzle dient also der Aneignung von **methodischer Kompetenz** wobei die fachliche dabei sicher nicht zu kurz kommt.
(**Übrigens:** Diese **Zielsetzung** sollte mit den Schülern gleich zu Beginn erörtert werden, denn sonst ergeben sich zu Beginn der Expertenrunde evtl. unnötige Fragen!)

Bei der Evaluation des Gruppenpuzzles wird den Schülern erläutert, dass die zukünftige Arbeit im Mathematikunterricht nicht ausschließlich Fachinhalten (Fachkompetenz) gewidmet ist, sondern das gemeinsame Suchen nach Lösungswegen (Sozialkompetenz) und die Vorgehensweise bei neuen mathematischen Problemen (Methodenkompetenz) im Vordergrund steht. Bei SOL wird diese umfassende Kompetenzvermittlung mit **Fachwissen Plus** bezeichnet.

Arbeitsauftrag:

- Wir bilden 3-er Gruppen (sog. Stammgruppen) nach dem Zufallsprinzip (Spielkarten).
- In diesen Stammgruppen liegen jeweils 3 Arbeitsaufträge für Experten aus.
- Bitte verteilen Sie diese untereinander so, dass jede/r einen geeigneten Arbeitsauftrag erhält – bitte diskutieren!
- Danach treffen sich die späteren Experten in ihrer Gruppe.
- Dort wird das Arbeitsblatt bearbeitet (30 Minuten Zeit einhalten!!).
- Anschließend (evtl. nach der Pause) treffen sich die Stammgruppen wieder.
- Jetzt geben dort die Experten ihr Wissen an die Gruppe weiter – Arbeitsblatt liegt aus – bitte Zeiten einhalten!
- Abschluss: Bewertung von fachinhaltlicher und methodischer Arbeit.



Arbeitsblatt Expertengruppe 1

Thema: Das Gleichsetzungsverfahren

Zeit:	Aufgabe:
15 min.	Beim Gleichsetzungsverfahren werden **beide Gleichungen** nach einer Variablen (meist y) **aufgelöst** und dann **gleichgesetzt**. Beispiel: $2x + y = 3 \quad (1) \quad / -2x$ $4x - 2y = 10 \quad (2) \quad / -4x$ *(1) auflösen nach y:* $y = -2x + 3$ *(2) auflösen nach y:* $-2y = -4x + 10 \quad / :(-2)$ $y = 2x - 5$ *gleichsetzen:* $-2x + 3 = 2x - 5 \quad / -3 - 2x$ $-4x = -8 \quad / :(-4)$ $x = 2$ *x = 2 oben einsetzen:* $y = -2 \cdot 2 + 3 = -1$ $\left.\right\} L = \{(2/-1)\}$ Bitte arbeiten Sie die Aufgabe in Ruhe so durch, dass Sie sie anschließend in den Stammgruppen vorrechnen können!! Die Lösung der Aufgabe muss hinterher in **allen (!)** Heften sein. Überlegen Sie sich, wo Sie den anderen Hilfestellung geben bzw. wie diese gegeben werden soll!
15 min.	Die folgende Aufgabe sollen die Stammgruppenmitglieder selbst rechnen. Sie helfen, d. h. Sie müssen sich auf Fragen in der Stammgruppe vorbereiten (simulieren Sie diese). Aufgabe: $3x - y = 5 \quad (1)$ $x + 2y = -3 \quad (2)$

Arbeitsblatt Expertengruppe 2

Thema: Das Einsetzungsverfahren

Zeit:	Aufgabe:
15 min.	Beim Einsetzungsverfahren wird **eine der beiden Gleichungen** nach einer Variablen (meist y) **aufgelöst** und dieser Term dann in die andere Gleichung **eingesetzt**. Beispiel: $2x + 3y = 5$ (1) $y = -x + 3$ (2) *(2) in (1) einsetzen:* $2x + 3\cdot(-x + 3) = 5$ $2x - 3x + 9 = 5$ $-x = -4 \quad / \cdot(-1)$ $x = 4$ *x = 4 in (2) einsetzen:* $y = -4 + 3 = -1$ $\Big\}$ $L = \{(4/-1)\}$ Bitte arbeiten Sie die Aufgabe in Ruhe so durch, dass Sie sie anschließend in den Stammgruppen vorrechnen können!! Die Lösung der Aufgabe muss hinterher in **allen (!)** Heften sein. Überlegen Sie sich, wo Sie den anderen Hilfestellung geben bzw. wie diese gegeben werden soll!
15 min.	Die folgende Aufgabe sollen die Stammgruppenmitglieder selbst rechnen. Sie helfen, d. h. Sie müssen sich auf Fragen in der Stammgruppe vorbereiten (simulieren Sie diese). Aufgabe: $x^2 - y^2 = 9$ (1) $y = x - 1$ (2) Setzen Sie (2) in (1) ein und achten Sie auf binomische Formeln!

Arbeitsblatt Expertengruppe 3

Thema: Das Additionsverfahren

Zeit:	Aufgabe:
15 min.	Beim Additionsverfahren werden **beide Gleichungen** so vorbereitet, dass beim Addieren beider Gleichungen eine Variablen (welche ist egal) **herausfällt.** Das Additionsverfahren ist für alle weiteren Verfahren grundlegend, lassen Sie sich also beim Erklären viel Zeit und gehen Sie auf Fragen der Stammgruppenmitglieder ein!! Beispiel: $3x + 4y = 5$ (1) $/ \cdot 3$ $2x - 6y = 12$ (2) $/ \cdot 2$ Was würden Sie rausfallen lassen – also eliminieren? Wegen der Vorzeichen glaube ich, dass am besten y eliminiert wird: $9x + 12y = 15$ (1') $4x - 12y = 24$ (2') *Addieren Sie (1') + (2'):* $13x = 39 \quad / :13$ $x = 3$ *x=3 in (1):* $9 + 4y = 5$ $4y = -4 \quad / :4$ $y = -1$ $\Big\}$ $L = \{(3/-1)\}$ Bitte arbeiten Sie die Aufgabe in Ruhe so durch, dass Sie sie anschließend in den Stammgruppen vorrechnen können!! Die Lösung der Aufgabe muss hinterher in **allen (!)** Heften sein. Überlegen Sie sich, wo Sie den anderen Hilfestellung geben bzw. wie diese gegeben werden soll!

15 min.	Die folgende Aufgabe sollen die Stammgruppenmitglieder selbst rechnen. Sie helfen, d. h. Sie müssen sich auf Fragen in der Stammgruppe vorbereiten (simulieren Sie diese). Bereiten Sie sich evtl. darauf vor, dass die einen x und die anderen y eliminieren wollen! Aufgabe: $-6x + 5y = 4$ (1) $8x + 7y = 22$ (2) Bitte beide Rechnungen vorbereiten und hinterher überlegen, was besser war!!

Arbeitsblatt Stammgruppen

Thema: Lösungsverfahren für 2 Gleichungen mit 2 Variablen

Zeit:	Aufgaben:
15 min.	**Gleichsetzungsverfahren** – wir lösen 2 Gleichungen – zuerst unter Anleitung der Experten: $2x + y = 3$ (1) $4x - 2y = 10$ (2) und dann alleine (die Experten dürfen Sie allerdings befragen) : $3x - y = 5$ (1) $x + 2y = -3$ (2)
15 min.	**Einsetzungsverfahren** – wir lösen 2 Gleichungen – zuerst unter Anleitung der Experten: $2x + 3y = 5$ (1) $y = -x + 3$ (2) und dann alleine (die Experten dürfen Sie allerdings befragen) : $x^2 - y^2 = 9$ (1) $y = x - 1$ (2)
15 min.	**Additionsverfahren** – wir lösen 2 Gleichungen – zuerst unter Anleitung der Experten: $3x + 4y = 5$ (1) $2x - 6y = 12$ (2) und dann alleine (die Experten dürfen Sie allerdings befragen) : $-6x + 5y = 4$ (1) $8x + 7y = 22$ (2)

Nach der Durchführung des Gruppenpuzzles gibt es ein kurzes Gespräch darüber, wie sich die Schüler während der Arbeit gefühlt haben.

Diese **Feedbackrunde** sollte von Anfang an gepflegt werden und stets dazu gehören, wenn eine neue Methode oder ein Unterrichtsabschnitt durchführt wurde. Die Äußerungen sind spontan ehrlich und gewiss weniger negativ als manches Pausengespräch nach einer lehrerzentrierten Unterrichtsstunde.

Das **Zeitmanagement** lässt für diese Runde noch 5 Minuten Zeit. Wichtige Regel dabei: Es werden keine fachlichen Fragen gestellt oder Aussagen gemacht, sondern ausschließlich zum methodischen und sozialen Vorgehen befragt.

Die fachliche Abrundung findet in der kommenden Stunde statt, wenn mit Hilfe eines Übungsblattes die **Lernzielkontrolle** stattfindet. Unklarheiten bei einzelnen Schülern mit einzelnen Verfahren oder Arbeitsschritten können nun in Ruhe und individuell besprochen werden. Damit ist gewährleistet, dass kein Experte direkt nach Durchführung des Gruppenpuzzles bloßgestellt wird. Eine wichtige Maßnahme für spätere Gruppenarbeit.

Quadratfunktion – Parabeln

Da im Lehrplan von Mathematik I vorgesehen ist, die ganzrationalen Funktionen zu behandeln und für Mathematik II zur Verfügung zu stellen, sollte dieses Thema hier gar nicht erscheinen. Erfahrungsgemäß ist der Mathematik I – Unterricht allerdings zu diesem Zeitpunkt (12. Schulwoche) noch nicht so weit vorangeschritten. Es muss also improvisiert werden – sprich: Die Quadratfunktion so schnell wie möglich, aber auch so intensiv wie nötig in Erinnerung gerufen werden. An ihr soll schließlich die Differentialrechnung eingeführt werden.

Es handelt sich demzufolge um Wiederholungsstoff, der optimal mit SOL-Methoden erarbeitet werden kann. Die Überlegungen zur Vorbereitung der SOL-Einheit (Kompetenzanalyse, Zieldefinition, Zeit- und Arbeitsplanung) sind nachfolgend wiedergegeben. Dabei stand im Vordergrund die **methodische Kompetenz** weiter zu fördern – die fachliche Kompetenz sollte ja eigentlich bereits vorhanden sein.

Es war für uns **der dritte Schritt** in Richtung SOL (vergl. organizer S. 102). Der erste Schritt ist hier in Teil 1 wiedergegeben (Gruppenpuzzle), der zweite Schritt wurde in Physik gemacht (Kartenmemory, Sortieraufgabe, Dreiergespräch, Struktur legen). Da die Physik nicht in diesem Praxisband miterscheinen wird, verweise ich auf andere Artikel, die diese SOL-Methoden beinhalten oder bitte Sie, wenn Nachfragen existieren, Kontakt mit mir aufzunehmen.

Die Schülerinnen und Schüler wurden rechtzeitig – mindestens 2 Wochen vor der Unterrichtseinheit darauf vorbereitet und die verpflichtende Hausaufgabe gegeben, sich mit dem Buch, alten Unterlagen oder Klassenkameraden auf das Thema Quadratfunktion so weit vorzubereiten, dass der Begriff Scheitelform zur Verfügung steht. Als Hausaufgabenkontrolle bzw. gleichzeitig Einstieg in die Unterrichtseinheit erschien mir die **Sortieraufgabe** am geeignetsten. Allerdings liegt sie hier in modifizierter Form vor.

Das anschließende **Gruppenpuzzle** erschließt uns 3 weitere Themenbereiche – siehe advance organizer. Aus der Zeitplanung geht hervor, dass das Thema in 7 Unterrichtsstunden so ausreichend behandelt (wiederholt) ist, dass wir damit arbeiten können. Weitere Vertiefungen – z. B. Rechenkniffs für quadratische Gleichungen – lassen sich zu einem späteren Zeitpunkt in Mathematik I nachholen.

In lehrerzentrierter Unterrichtsform habe ich für das Thema stets 10 Unterrichtsstunden benötigt. Ich habe in früheren Jahren immer wieder versucht die eine oder andere Stunde einzusparen, was mir nicht gelang. **Schülerzentriert** erarbeite ich es nun in 7 Unterrichtsstunden!

SOL-Einheit: Quadratfunktion / Parabeln

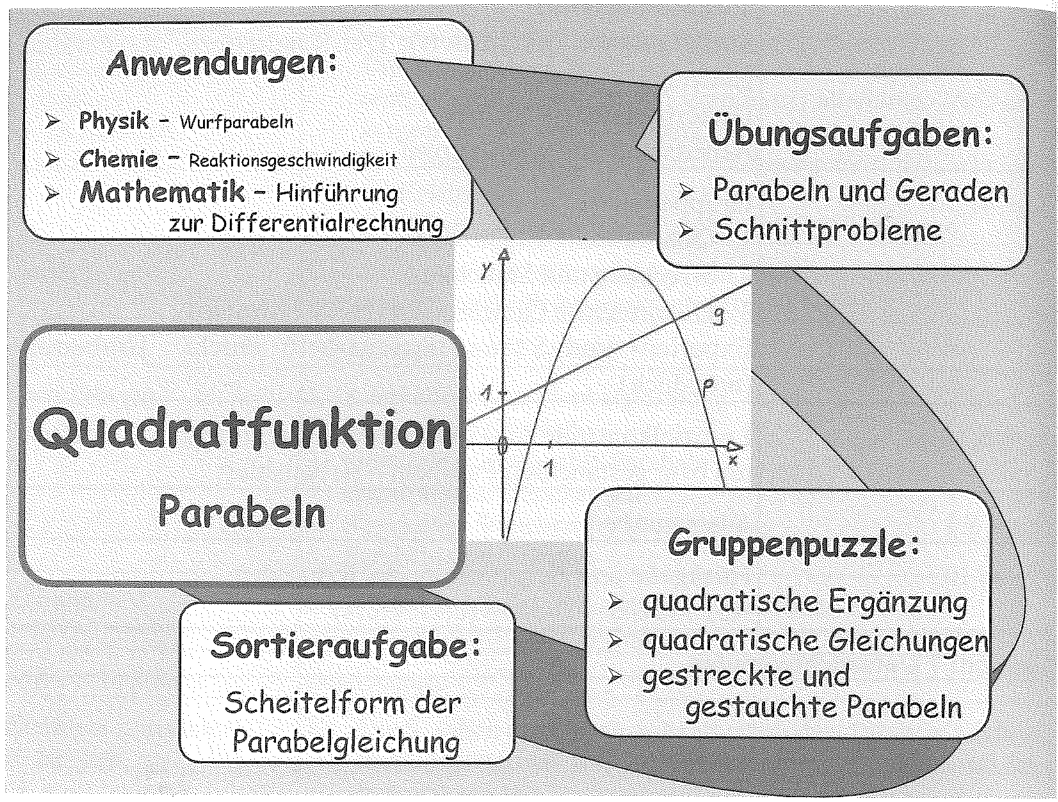
Vorbereitung – Kompetenzanalyse

Vorbereitungspunkt	Hier
Entwicklungsstand: F: fachlich M: methodisch S: sozial	F.: Die SchülerInnen haben das Thema an der vorigen Schule bereits gelernt – insofern: Wiederholung; allerdings: Vieles ist vergessen oder wurde nur kurz unterrichtet. M.: Ein Gruppenpuzzle wurde bereits durchgeführt mit (sehr) guter Erfahrung. S.: Die Klasse ist fachlich aber auch sozial sehr heterogen.
Zieldefinition	Der dritte Schritt zu selbstständigerem Arbeiten, d. h.: Höhere Anforderungen an die Selbstlernkompetenz als bisher.
Themenwahl	Quadratfunktion / Parabeln
Unterthemen	1. Scheitelform der Parabelgleichung 2. Verschobene Parabeln 3. Gestreckte / gestauchte Parabeln 4. Quadratische Gleichungen 5. Streckung / Stauchung + Verschiebung 6. Parabeln und Geraden
Zeitplan	6 Unterrichtsstunden, KA, anschl. Besprechung und Abschlussstunde – siehe Anlage
advance organizer	siehe Anlage
Konkrete Lernziele: F: fachlich M: methodisch S: sozial	F.: Die S. sollen das Thema so bearbeiten, dass Parabeln zeichnerisch, rechnerisch und in Verbindung mit Geraden voll beherrscht werden. M.: Die Methode Gruppenpuzzle soll vertieft werden, so dass sie für spätere Themen ausgereift zur Verfügung steht – **Gruppenpuzzleprinzip**. S.: Die S. sollen selbstständiger mit mathematischen Themen arbeiten lernen. Die gegenseitige Rücksichtnahme soll verstärkt werden.
Arbeitsaufträge	Sortieraufgabe (modifiziert) zu Thema 1. Übungsblatt Gruppenpuzzle zu Thema 2.–4. Arbeitsblatt: Lernzielkontrolle + Thema 5. + 6.
Expertenthemen	3 Expertenthemen: 2.–4.; siehe Anlage
Materialien	Buch + Arbeitsunterlagen – siehe Anlage
Stammgruppenarbeit	3 × 12 Minuten; anschl. Hausaufgabe
Lernzielkontrolle (LZK)	Arbeitsblatt zu den 3 Themen und Weiterführung
Evaluation	mündlich – nach dem Gruppenpuzzle

Zeitplanung:

Unterrichtsstunde	Thema
1. + 2.	advance organizer Sortieraufgabe (modifiziert): Die Scheitelform der Parabelgleichung Dreiergespräch + Plenum Arbeitsblatt zur Scheitelform
3. + 4.	Gruppenpuzzle zu: 1. Quadratische Ergänzung 2. Streckung und Stauchung 3. Quadratische Gleichungen (beide Formeln) Experten- und Stammgruppenarbeit; anschl.: Evaluation (mündlich)
5. + 6.	Lernzielkontrolle und quadratische Ergänzung bei gestreckten bzw. gestauchten Parabeln – Arbeitsblatt
7. (+ 8.)	*Klassenarbeit*
(9. +) 10.	*Rückgabe und Besprechung der KA ;* Abschluss des Themas (z. B. Vieta)
Gesamt: 7 Unterrichtsstunden	

Der advance organizer zur Quadratfunktion



Der advance organizer gibt eine Übersicht über die zu behandelnden Themen.

Er macht die **Struktur und Zusammenhänge** der Arbeitsaufträge deutlich.

Er ist **nicht linear** aufgebaut.

Er ist eine **Lernlandkarte mit Ankerpunkten**.

Er enthält **Gestaltungselemente**, wie Bilder, Schlagworte, Grafiken, Symbole und farbliche Zuordnungen.

Er enthält **Querverweise** bzw. Verweise über das zu behandelnde Thema hinaus.

Hinweis: Der vollständige Organizer ist im Farbteil wiedergegeben – dort auch mit farblicher Zuordnung der Arbeitsinhalte.

Sortieraufgabe zur Scheitelform der Parabelgleichung

Als Hausaufgabe während der letzten 2 Wochen hatten Sie folgenden Auftrag:

Arbeiten Sie sich – mit Hilfe des Buches oder anderen Unterlagen – in das Thema Quadratfunktion / Parabel so weit ein, dass sie wissen, was die **Scheitelform der Parabelgleichung** bedeutet bzw. wie sie aussieht.

Ihre Aufgabe besteht nun darin, diesen Wissensstand zu überprüfen und zu festigen.

Dazu folgender **Arbeitsauftrag:**

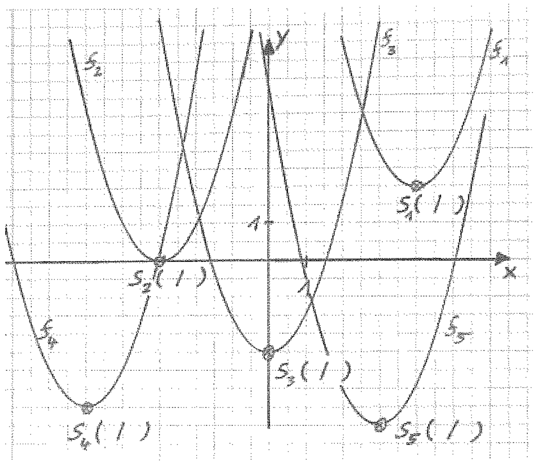
Zeit:	**Arbeitsform:**	**Aufgabe:**
15 Min.	**Plenum**	Erläuterung des Arbeitsauftrages Vorstellung des advance organizer zu Quadratfunktion / Parabel
15 Min.	**individuell**	Arbeiten Sie den Fragebogen zur Scheitelform der Parabelgleichung vollständig durch. Melden Sie sich bitte bei mir, wenn Sie keine Teilaufgabe lösen können!
10 Min.	**3er Gruppe**	Treffen Sie sich anschließend in **Dreier**gruppen und arbeiten Sie gemeinsam den Fragebogen durch: Vergleichen Sie Ihre Lösungen miteinander – klären Sie miteinander die Teile, die Einzelne nicht wussten.
5 Min.	**individuell**	Notieren Sie nun für sich die Teile, die auch nach der Gruppenarbeit noch **von Ihnen** nicht verstanden wurden.
15 Min.	**Plenum**	Wir besprechen den Fragebogen und Ihre notierten Fragen gemeinsam!
	–	**Pause**
20 Min.	**individuell (Partnerarbeit)**	Arbeiten Sie nun bitte das Arbeitsblatt zur Scheitelform der Parabelgleichung vollständig durch. Diese Aufgabe ist als Einzelarbeit gedacht – ich habe allerdings nichts dagegen, wenn Sie **leise** mit dem/der Nachbarn/in arbeiten!!
10 Min.		Bitte notieren Sie, wie Sie diese Doppelstunde empfunden haben und welche Erwartung Sie an den folgenden Unterricht haben!
90 Min. Gesamt-Arbeitszeit		

Scheitelform der Parabelgleichung

Aufgabe:	Lösung:	weiß ich nicht:
Das Schaubild der Quadratfunktion	ist die	
Die Funktionsgleichung der **Normalparabel** lautet:	y = oder : f(x) =	
Eine um 2 nach oben verschobene Parabel hat die Gleichung:	f(x) =	
Eine um 3 nach rechts verschobene Parabel hat die Gleichung:	f(x) =	
Die Gleichung einer Parabel mit dem Scheitel S(3/2) lautet :	**$f(x) = (x-3)^2 + 2$**	-
Wie lautet die Gleichung einer Parabel mit folgenden Scheitelpunkten:	-	-
S (-4 / 3)	f(x) =	
S (5 / -7)	f(x) =	
S (-2 / 0)	f(x) =	
S (0 / -7)	f(x) =	
S (a / b)	f(x) =	
S (x_0 / y_0)	f(x) =	

Eine Parabel mit der Gleichung $f(x) = (x + 4)^2 + 2$	**hat den Scheitel S (-4 / 2)**	-
Eine Parabel mit der Gleichung:	hat den Scheitel:	-
$f(x) = (x - 4)^2 + 3$	S (/)	
$f(x) = (x - 5)^2 + 7$	S (/)	
$f(x) = (x + 1{,}5)^2 - 2{,}25$	S (/)	
$f(x) = (x - a)^2 + b$	S (/)	
Parabeln unserer Art können	Antwort:	-
verschoben sein	☐ Ja ☐ Nein	☐ weiß ich nicht
nach **oben geöffnet** sein	☐ Ja ☐ Nein	☐ weiß ich nicht
nach **unten geöffnet** sein	☐ Ja ☐ Nein	☐ weiß ich nicht
nach **rechts geöffnet** sein	☐ Ja ☐ Nein	☐ weiß ich nicht
nach **links geöffnet** sein	☐ Ja ☐ Nein	☐ weiß ich nicht
schräg im Koordinatensystem liegen	☐ Ja ☐ Nein	☐ weiß ich nicht
ihre Öffnung ändern: **schmäler oder weiter**	☐ Ja ☐ Nein	☐ weiß ich nicht

Arbeitsblatt: Scheitelform der Parabelgleichung



Wie lauten die Funktionsgleichungen der 5 nebenstehend gezeichneten Parabeln:

f_1: f(x) =

f_2: f(x) =

f_3: f(x) =

f_4: f(x) =

f_5: f(x) =

Tragen Sie in die Zeichnung die Koordinaten des Scheitels ein!

Zeichnen Sie mit der Parabelschablone die Parabeln mit folgenden Gleichungen in das Koordinatensystem bitte farbig ein:

f_1: $f(x) = (x + 3)^2 + 2$

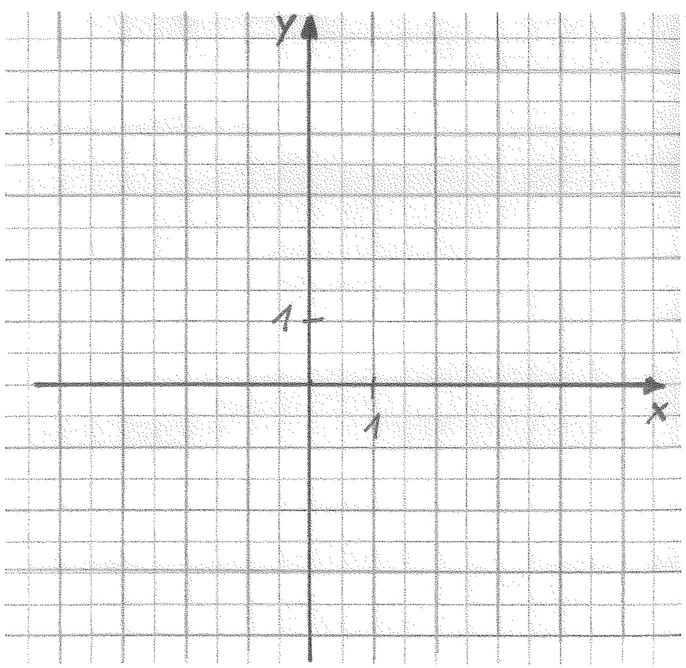
f_2: $f(x) = (x + 1)^2$

f_3: $f(x) = (x - 2{,}5)^2 + 3{,}25$

f_4: $f(x) = (x - 4)^2 - 3$

f_5: $f(x) = (x + 2)^2 - 2$

f_6: $f(x) = x^2 - 3{,}5$



Gruppenpuzzle zur Quadratfunktion

Nachdem wir in den letzten beiden Stunden die Scheitelform der Parabelgleichung kennen gelernt haben, wollen wir heute ein Gruppenpuzzle zu weiteren Themen der Parabeln durchführen. Da Sie letztes Mal viel schneller waren, als ich erwartet habe, werde ich heute die Zeit etwas knapper bemessen, das heißt:

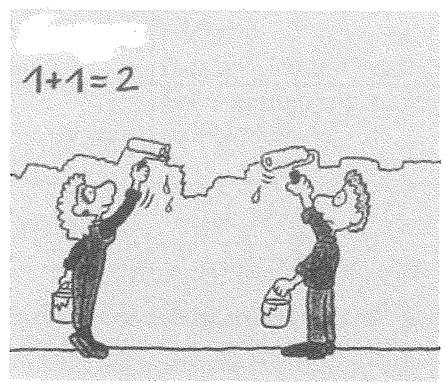
Sollten Sie mehr Zeit benötigen, als hier eingeplant, dann passen wir uns an.

Ablaufplanung:

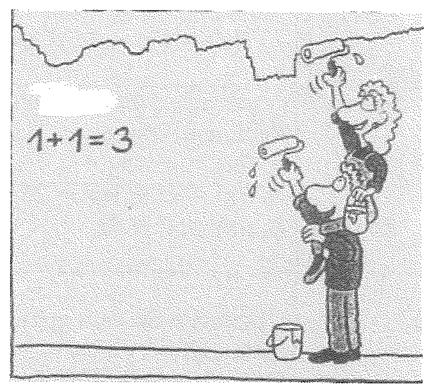
Zeit:	Arbeitsform:	Aufgabe:
15 Min.	Plenum – anschl. 3er Gruppe	Erläuterung der heutigen Arbeit am advance organizer Bildung der Stammgruppen Verteilung der Arbeitsaufträge in den Stammgruppen
30 Min.	Expertengruppe	Erarbeitung der Arbeitsaufträge in den Expertengruppen
	–	**Pause**
5 Min.	Plenum	Klärung der Arbeit in den Stammgruppen
3 × 12 Min.	Stammgruppe	Die Experten arbeiten die 3 Themen mit der Stammgruppe durch – Arbeitsblatt Stammgruppe
4 Min.	Plenum	Abschlussbesprechung – Hausaufgabe
90 Min. Gesamt-Arbeitszeit		

Sollte die Zeit nicht reichen, dann muss ein Thema nächstes Mal in den Stammgruppen bearbeitet werden.

Gruppe



Team



Expertengruppe 1:
Quadratische Ergänzung – oder:
„Wie komme ich auf die Scheitelform?"

Teil 1:	Einarbeitung in das Thema und erlernen der quadratischen Ergänzung! Gegeben sei f_1: $\mathbf{f(x) = (x + 3)^2 + 2}$ In dieser Form lässt sich der Scheitel direkt ablesen: **S(/)** – wenn Sie es nicht mehr wissen: Blatt 3 vom 13. 12. 01! Was aber, wenn die Gleichung so lautet: $\mathbf{f(x) = x^2 + 6x + 11}$?
Einzelarbeit	Zeigen Sie durch Rechnung, dass beide Formen äquivalent sind!
Gruppe	Können Sie in beiden Richtungen rechnen?? Wohl nicht, denn zum Rückwärtsrechnen benötigt man einen Trick! f_1: $\mathbf{f(x) = x^2 + 6x \quad + 11}$ $\Downarrow$ wie soll ich das denn rechnen ?? $f(x) = (x + ..)^2 + ..$
Lösung –	1. Schritt: Sie halbieren die 6 ! **(Warum??)** 2. Schritt: Sie schreiben die 3 in das Binom und rechnen es zurück ! 3. Schritt: Was machen Sie mit der blöden 9 ?? **(Idee??)**
In Gruppe durcharbeiten!	Das sieht dann so aus: f_1: $\mathbf{f(x) = x^2 + 6x + .. - .. + 11}$:2 ↓ ↗ $f(x) = (x + ..)^2 + ..$
20 min.	Rechnen Sie ebenso: f_2: $f(x) = x^2 - 3x + 2$ f_3: $f(x) = x^2 + 10x + 25$ f_4: $f(x) = x^2 + 7x$
Teil 2: **10 min.**	Überlegen Sie nun gemeinsam, wie Sie das Thema in der Stammgruppe erklären!! Dazu folgende Vorgaben: f_1 soll von Ihnen vorgerechnet und die Problematik erläutert werden. f_2 **und die weiteren Funktionen** sollen die Stammgruppenmitglieder möglichst alleine bearbeiten, Sie greifen nur helfend ein!

Expertengruppe 2:
Gestreckte und gestauchte Parabeln – oder:
„Wie ändert sich die Form der Parabel?"

Teil 1:	Einarbeitung in das Thema und erlernen der Streckung und Stauchung auf zwei unterschiedliche Arten: Zeichnen Sie eine **Normalparabel** – $f(x) = x^2$ - in ein Koordinatensystem; Größe: $-6 \le x \le 6$; $-1 \le y \le 13$!
	Gegeben ist die Funktion f durch $f(x) = 2 \cdot x^2$ Wie wirkt sich der Faktor 2 auf das Schaubild aus? Dazu gibt es zwei Möglichkeiten: 1. Wertetafel: Für $-3 \le x \le 3$ im Abstand 0,5 bitte erstellen! 2. Geometrisch: Wenn Sie die Wertetafelwerte zur obigen Normalparabel dazuzeichnen (**farbig**) dann stellen Sie fest, dass alle Punkte im y-Wert um Faktor 2 höher liegen – also hätte man die Parabel auch gleich durch **Streckung** so zeichnen können → bitte durchführen – ich helfe beim erstem Mal auch dabei!
20 min.	Wenn Sie nun $f(x) = \frac{1}{4} \cdot x^2$ haben, so können Sie überlegen, ob Sie lieber eine Wertetafel machen oder mit Faktor ¼ stauchen! Probieren Sie einmal, wie weit Sie kommen!
Teil 2: **10 min.**	Überlegen Sie nun gemeinsam, wie Sie das Thema in der Stammgruppe erklären! Dazu folgende Vorgaben: Die Stammgruppenmitglieder sollen nachher alle beiden Parabeln sauber im Heft haben!

Expertengruppe 3: Quadratische Gleichung – oder: „Gibt es Gleichungen mit 2 Lösungen?"

Teil 1:	Einarbeitung in das Thema und kennen lernen von 2 Lösungsformeln. Die Aufgabe ist: Lösen Sie die Gleichung $\mathbf{x^2 - 6x + 8 = 0}$ Sicher wissen Sie noch eine **Lösungsformel:** $ax^2 + bx + c = 0$ $x^2 + px + q = 0$ $x_{1,2} =$ $x_{1,2} =$
	Wenn Sie in der Gruppe nicht beide Formeln hinbekommen, rufen Sie mich bitte !
	Ich möchte nämlich, dass Sie **beide Formeln** kennen und immer die bessere anwenden! Sonst gäbe es sie ja nicht!! Frage: Wann ist welche Formel besser? ⇒ wenn vor dem x^2 etwas ($\neq 1$) steht, muss ich die .... – Formel nehmen; ⇒ wenn vor dem x eine gerade Zahl steht, ist die .... – Formel besser!
20 min.	In diesem Sinne lösen Sie jetzt bitte: $x^2 + 2x - 3 = 0$ $x^2 - 3x + 2 = 0$ $x^2 + 7x + = 0$
Teil 2: 10 min.	Überlegen Sie nun gemeinsam, wie Sie das Thema in der Stammgruppe erklären! Dazu folgende Vorgaben: Erklären Sie zuerst beide Formeln und wenden dann bei den Übungen die bessere Formel an!

Stammgruppenarbeit

Hinweis: Notieren Sie alle Bearbeitungsschritte im Heft!

Bitte halten Sie die Zeiten ein → ein Gruppenmitglied als Zeitnehmer bestimmen!

Zeit: 12 min.	**Thema 1: Parabelgleichung auf Scheitelform bringen** **Teil 1** – unter Anleitung des Experten: f_1: $f(x) = x^2 + 6x + 11$ **Teil 2** – möglichst selbstständig – die Experten helfen allerdings: f_2: $f(x) = x^2 - 3x + 2$ f_3: $f(x) = x^2 + 10x + 25$ f_4: $f(x) = x^2 + 7x$
Zeit: 12 min.	**Thema 2: Gestreckte und gestauchte Parabeln** **Teil 1** – unter Anleitung des Experten: Zeichne f: $f(x) = 2 \cdot x^2$ möglichst mit Hilfe der Normalparabel! Zeichne f: $f(x) = \frac{1}{4} \cdot x^2$ möglichst mit Hilfe der Normalparabel! **Teil 2** – möglichst selbstständig – die Experten helfen allerdings: Zeichne f: $f(x) = \frac{1}{2} \cdot x^2$ möglichst mit Hilfe der Normalparabel!
Zeit: 12 min.	**Thema 3: Quadratische Gleichung** Lösungsformeln: $ax^2 + bx + c = 0$ $x^2 + px + q = 0$ $x_{1,2} =$ $x_{1,2} =$ **Teil 1** – unter Anleitung des Experten → Lösen Sie folgende Gleichung: $x^2 - 6x + 8 = 0$ **Teil 2** – möglichst selbstständig – die Experten helfen allerdings → Lösen Sie folgende Gleichungen: $x^2 + 2x - 3 = 0$ $x^2 - 3x + 2 = 0$ $x^2 + 7x = 0$

Hausaufgabe

Bringen Sie auf Scheitelform: f_5: $f(x) = x^2 - x - 12$

f_6: $f(x) = x^2 + 2x - 3$

f_7: $f(x) = x^2 - 3x - 3$

Zeichnen Sie mit Hilfe der Normalparabel: f: $f(x) = \frac{3}{2} \cdot x^2$

Lösen Sie folgende Gleichungen: $x^2 + 10x + 25 = 0$

$x^2 - x - 12 = 0$

$x^2 - 3x - 3 = 0$

Übungsblatt

A 1: Bringen Sie die Parabeln auf Scheitelform.
Zeichnen Sie alle 3 Teilaufgaben in **ein KKS** ; Größe: $-7 \leq x \leq 9$; $-7 \leq y \leq 8$.
Berechnen Sie die Schnittpunkte von Parabel und Gerade!

1.1
$$\left.\begin{array}{ll} f: & y = x^2 - 6x + 12 \\ g: & x - 2y = -6 \end{array}\right\} \quad x \in R$$

1.2
$$\left.\begin{array}{ll} f_1: & y = -x^2 - 8x - 12 \\ f_2: & y = -x - 2 \end{array}\right\} \quad x \in R$$

1.3
$$\left.\begin{array}{ll} p: & y = \frac{1}{2} \cdot x^2 - 4x + 2 \\ g: & x - 2y = 10 \end{array}\right\} \quad x \in R$$

A 2: Gegeben sind 3 Funktionen durch die Gleichungen:

$$\left.\begin{array}{ll} f_1: & y = -x^2 - 4x - 1 \\ f_2: & y = \frac{1}{4} \cdot x^2 + x - 1 \\ f_3: & y = x - 1 \end{array}\right\} \quad x \in R$$

2.1 Bringen Sie die Parabeln auf Scheitelform.

2.2 Zeichnen Sie alle 3 Schaubilder in **ein KKS** mit LE = 1 cm.
Ggf. Parabelschablone verwenden!
Größe des KKS: $-7 \leq x \leq 5$; $-8 \leq y \leq 5$.

2.3 Berechnen Sie die Achsenschnittpunkte aller Schaubilder.

2.4 Berechnen Sie alle Schnittpunkte der Schaubilder untereinander!

Abschlussbetrachtung

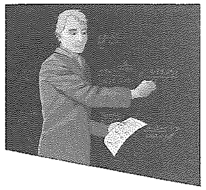
Die Einheit ist sehr kompakt. Die Schülerinnen und Schüler sollen erfahren, dass im Mathematikunterricht zur Fachhochschulreife zügig gearbeitet wird. Wer sich allerdings intensiv mit dem **eigenen Lernprozess** auseinandersetzt, erhält in jeder Arbeitsphase individuelle Unterstützung und Lernberatung. Ein Vorteil des schülerzentrierten Unterrichts, der, wenn er von beiden Seiten (Schüler und Lehrer) erst einmal kultiviert ist, nicht mehr wegzudenken ist.

Anfangs wurde bereits erwähnt, dass mit der schülerzentrierten Arbeitsform durchaus auch ein Zeitgewinn verbunden sein kann. Was ist nun mit Schülern, die diesem **Lerntempo** nicht gewachsen sind?

Die Grafik auf Seite 114 erläutert das gesamte Problem:

Im **lehrerzentrierten Unterricht** hätte ich 10 Unterrichtsstunden lang für einen Teil der Schüler passend, d. h. ihrem Lerntempo, Wissensstand, Denkstrukturen entsprechend unterrichtet. Sie hätten meinen Unterricht und das Thema gut verstanden – sie wären zufrieden. Für einen anderen Teil wäre ich zu langsam gewesen, sie hatten das Thema noch gut in Erinnerung, ihnen hätte ein zügiger Unterricht besser getan. Für einen weiteren Teil allerdings wäre mein Unterricht immer noch viel zu schnell, zu abstrakt, zu grob strukturiert gewesen. Sie hätten es gerne in noch kleineren Portionen gehabt.

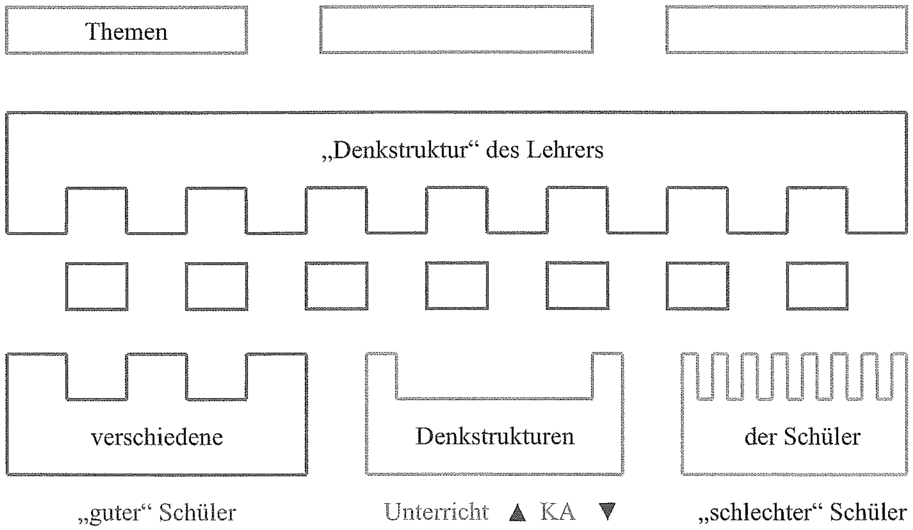
Im **schülerzentrierten Unterricht** nun konnte sich jeder seinem Lerntempo entsprechend mit dem Thema befassen. Die erstgenannte Schülergruppe hat die Sortieraufgabe, das Gruppenpuzzle, die Übungsaufgaben in angemessener Form fachlich und methodisch bearbeitet. Die zweitgenannte Schülergruppe konnte, da sie fachlich bereits gut etabliert war, ihre methodische Kompetenz erweitern, im Gruppenpuzzle z. B. in der Expertengruppe Führungsrollen übernehmen. Nun zur letztgenannten Gruppe: Wurde sie nicht im Gruppenpuzzle – vielleicht bereits bei der Sortieraufgabe – heillos überfahren? Im Gegenteil, und dies kann ich aus Erfahrung berichten, sogar eine Schülerin, die glaubhaft versicherte, das Thema „noch nie in ihrem Leben gehört zu haben", konnte durch diese Unterrichtsform an das für sie neue Thema herangeführt werden. Wie? Ganz einfach, ich nahm sie bereits zu Beginn aus dem schülerzentrierten Unterrichtsprozess heraus und erarbeitete mit ihr gemeinsam das Thema. Im lehrerzentrierten Unterricht hätte ich diese Chance nicht – nach kurzer Unterrichtszeit wäre die Schülerin vom Unterrichtsgang abgekoppelt gewesen, sie hätte resigniert. „Das verstehe ich ja nie" oder „das geht mir viel zu schnell" hätte es wohl geheißen; so jedoch konnte sie mit etwas zusätzlichem Aufwand gut an die Thematik herangeführt werden.



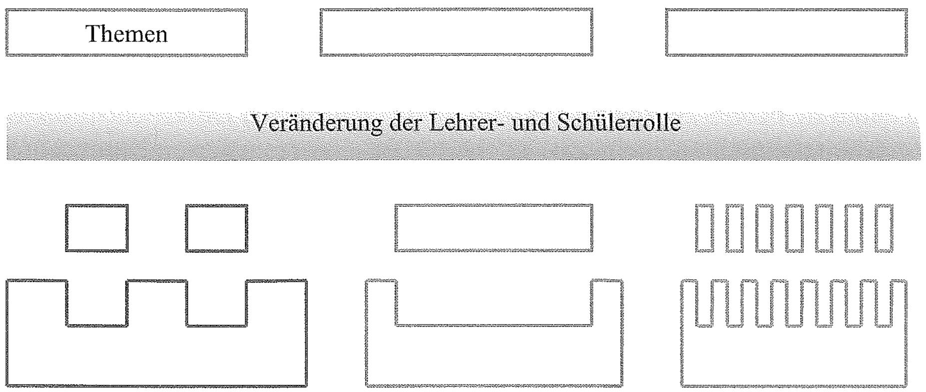
Das Problem

LEHREN und LERNEN

Lehrerzentrierter Unterricht
die Themen werden vom Lehrer „portioniert“



Selbstorganisierter Lernprozess



Differentialrechnung – Tangentenprobleme

Die Quadratfunktion ermöglicht die Erarbeitung des Tangentenproblems und aller anfänglichen Ableitungsregeln (Regel vom Summanden, Faktorregel, Summenregel) bis auf die Potenzregel, die dann später bei höherwertigen Funktionstypen hergeleitet wird. Der Vorteil hierbei erscheint mir, dass das Thema Differentialrechnung im bekannten Umfeld der Quadratfunktion erforscht wird. Ich arbeite alle Tangentenprobleme hier **exemplarisch** ab!

Ich möchte meine SOL-Betrachtungen mit einem **Tempoduett** fortführen. Dabei geht es in erster Linie wieder um die Weiterentwicklung von methodischer und sozialer Kompetenz durch eine anspruchsvolle schüleraktive Unterrichtsform. Dass hierbei auch der Fachinhalt anspruchsvoll ist, gehört zu meiner Gesamtplanung dazu.